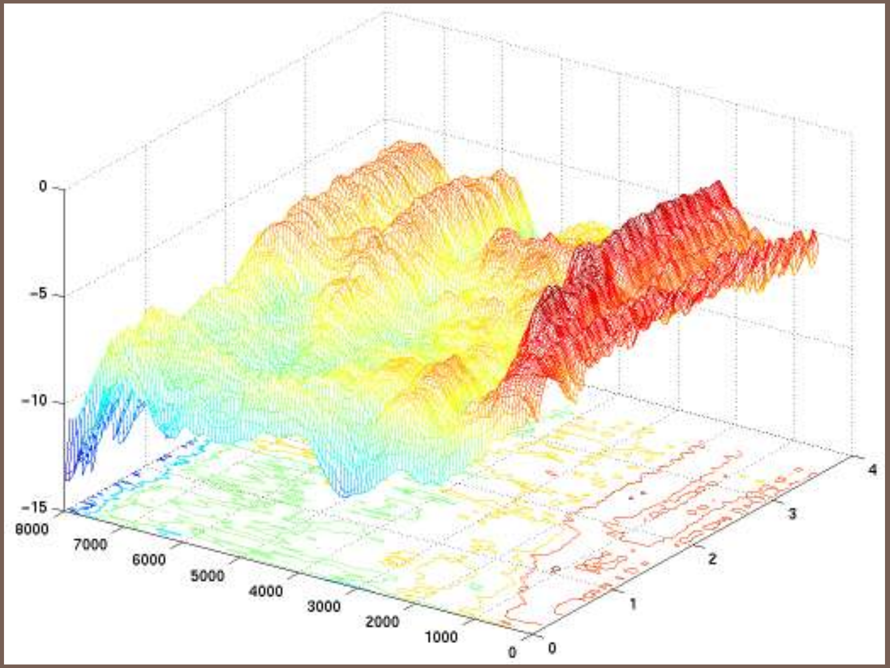


ZVUK I OKOLIŠ
3. ANALIZA ZVUKA

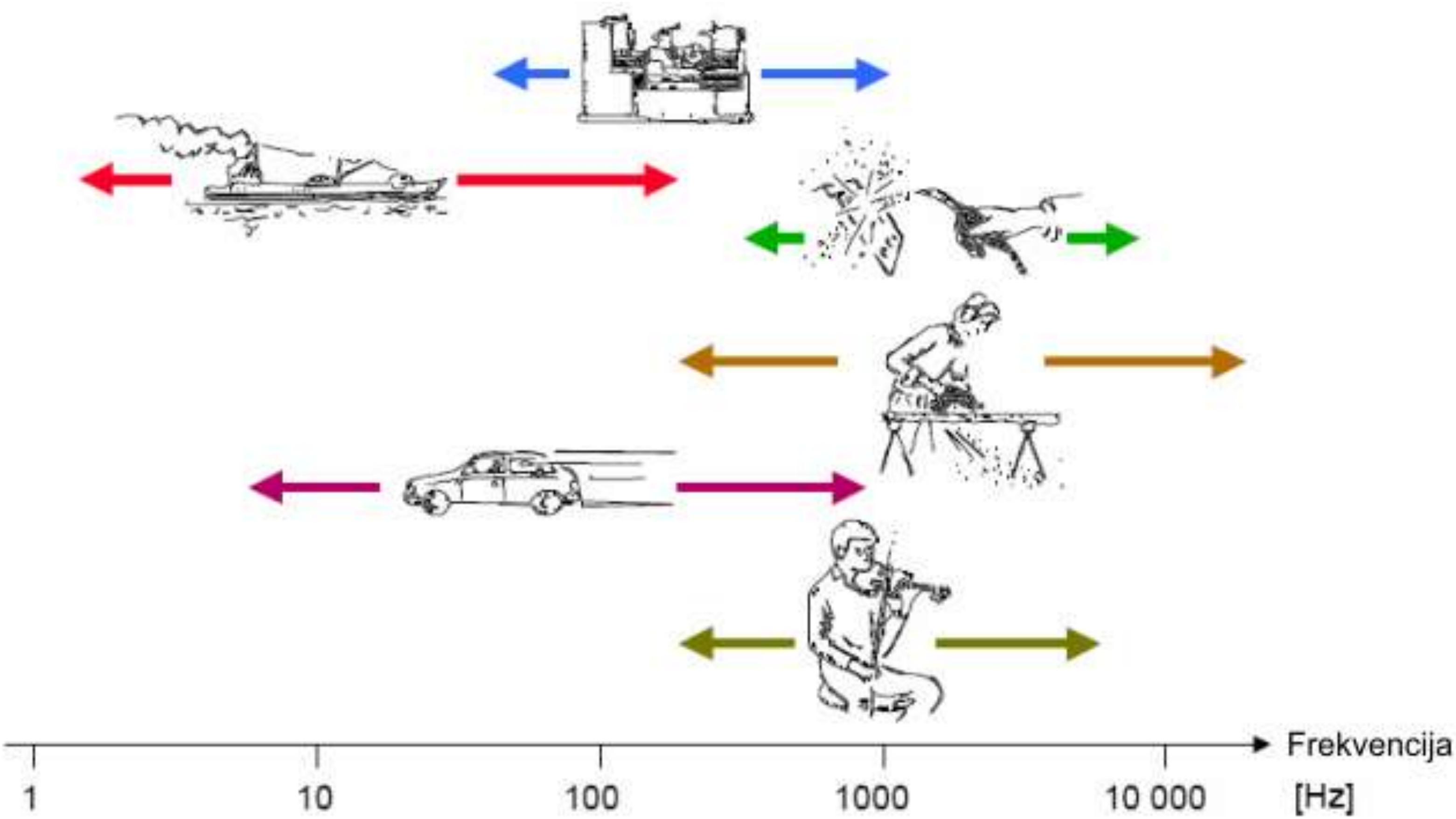
doc.dr.sc. Kristian Jambrošić

Literatura, izvori slika

- **Brüel & Kjær online Library:** http://www.bksv.com/Library.aspx
- John Hopkins University: **Signals Systems Control** http://www.jhu.edu/~signals/index.html
- Russel, Dan: **Acoustics and Vibration Animations:** http://www.kettering.edu/~drussell/demos.html
- Paul Falstad: **Educational java applets** http://www.falstad.com/mathphysics.html

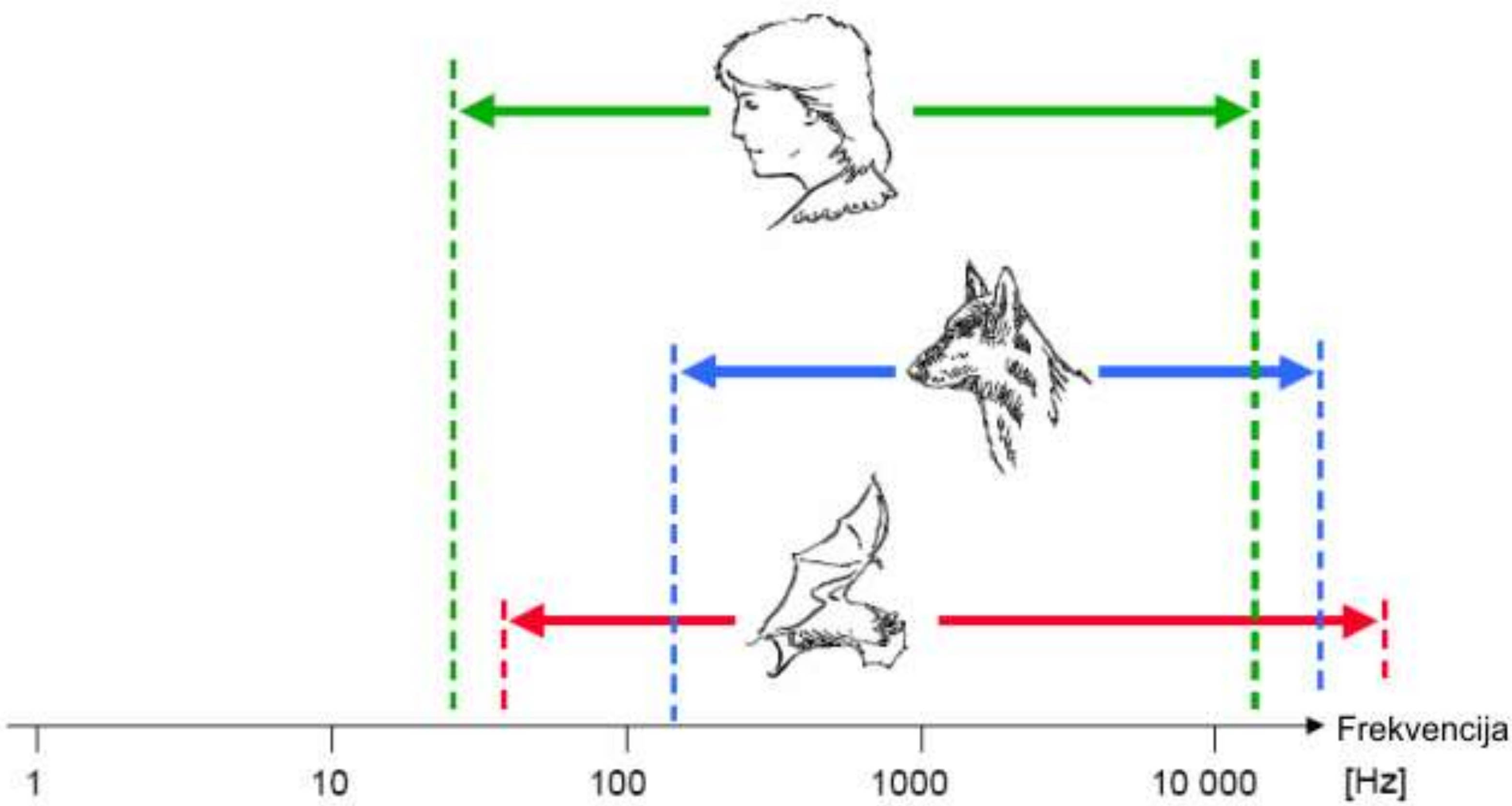
2.1 Frekvencijska područja zvuka

- različiti izvori zvuka emitiraju zvuk s glavninom energije u različitim frekvencijskim područjima, primjeri:



2.1 Frekvencijska područja zvuka

- čovjek čuje ~ 20 do 20 k, druge životinje čuju i na drugim frekvencijskim područjima

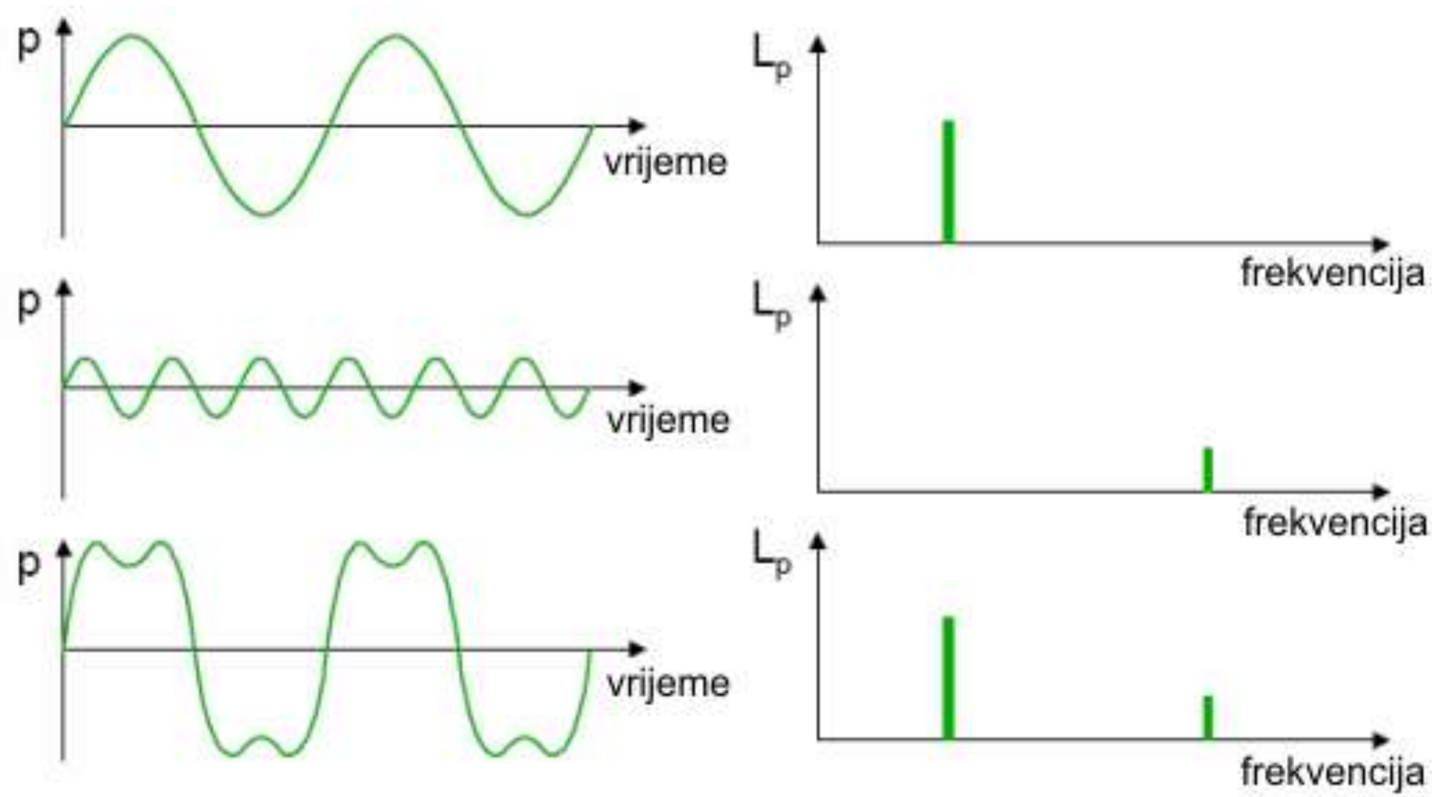


2.2 Vrste signala

- deterministički signali – mogu se opisati analitički (matematičkim izrazom), dijelimo ih na:
  - periodički signali
  - tranzijentni signali
- slučajni signali – ne mogu se opisati analitički, dijelimo ih na:
  - stacionirani signali
  - nestacionarni signali

2.2.1 Periodički signali

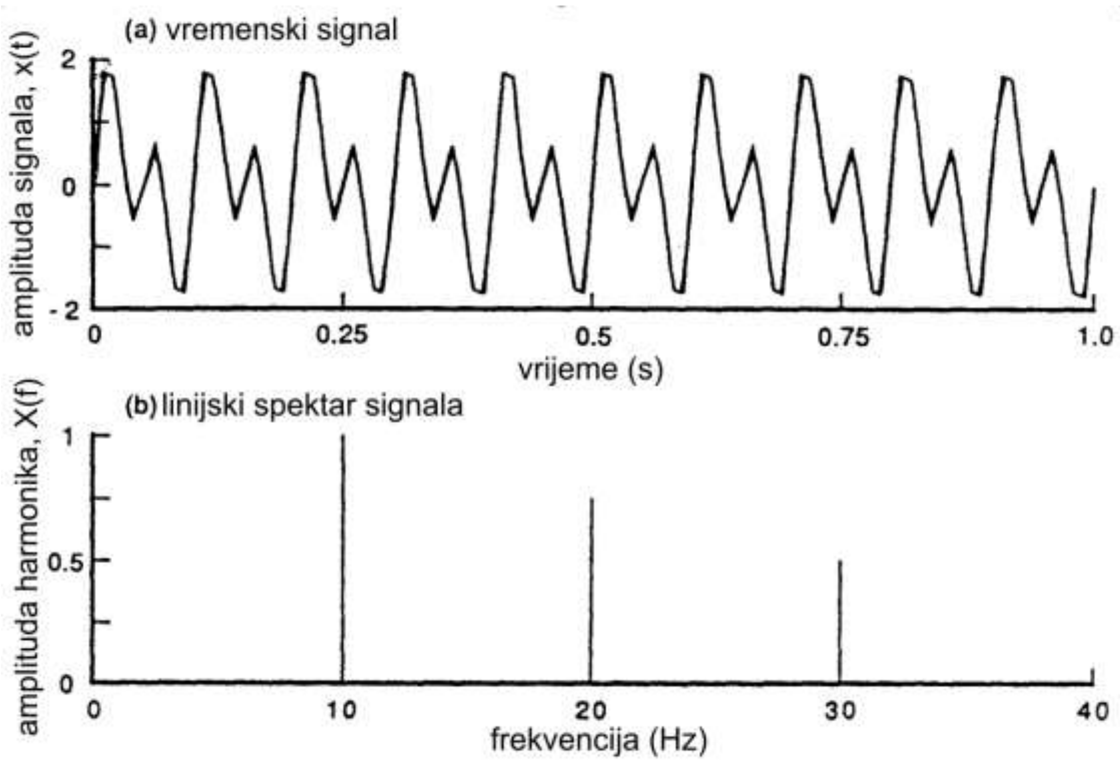
- sinusni signal – najjednostavniji periodički signal



2.2.1 Periodički signali

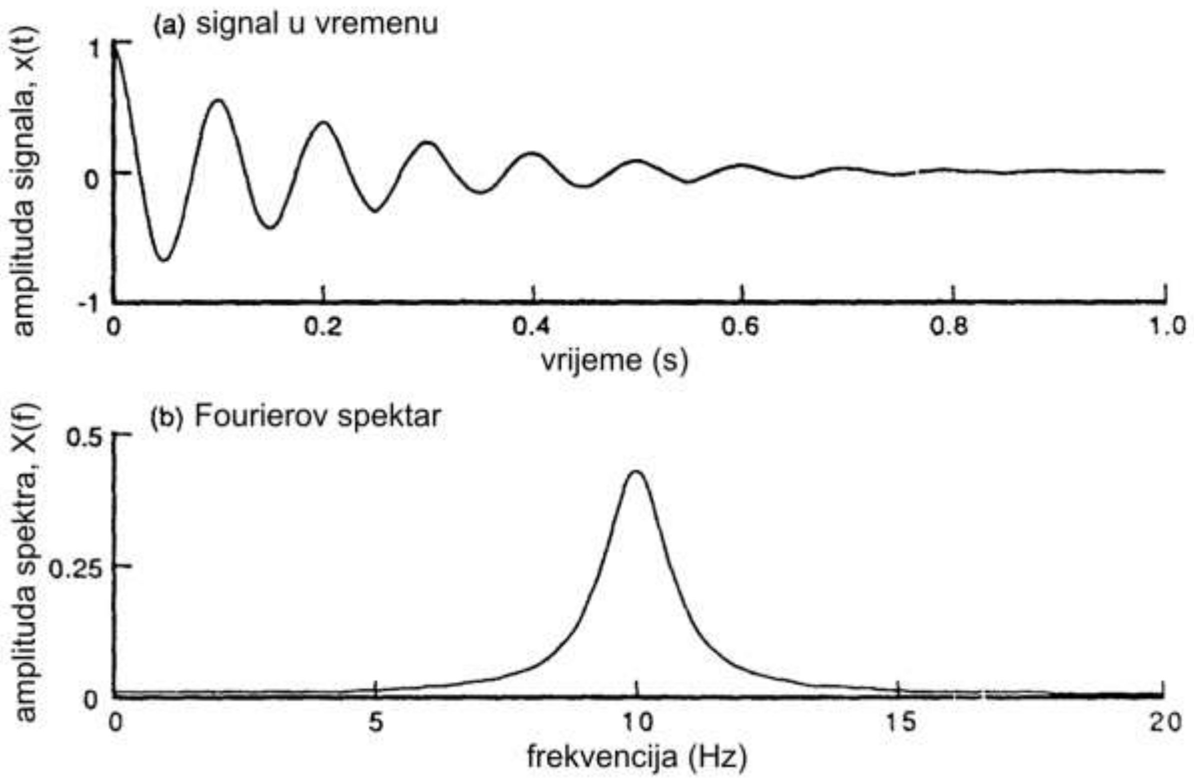
- npr. signali (zvuk) rotirajućih strojeva
- srednja vrijednost i spektar se ne mijenjaju s vremenom

$$x(t) = x(t \pm T_p)$$



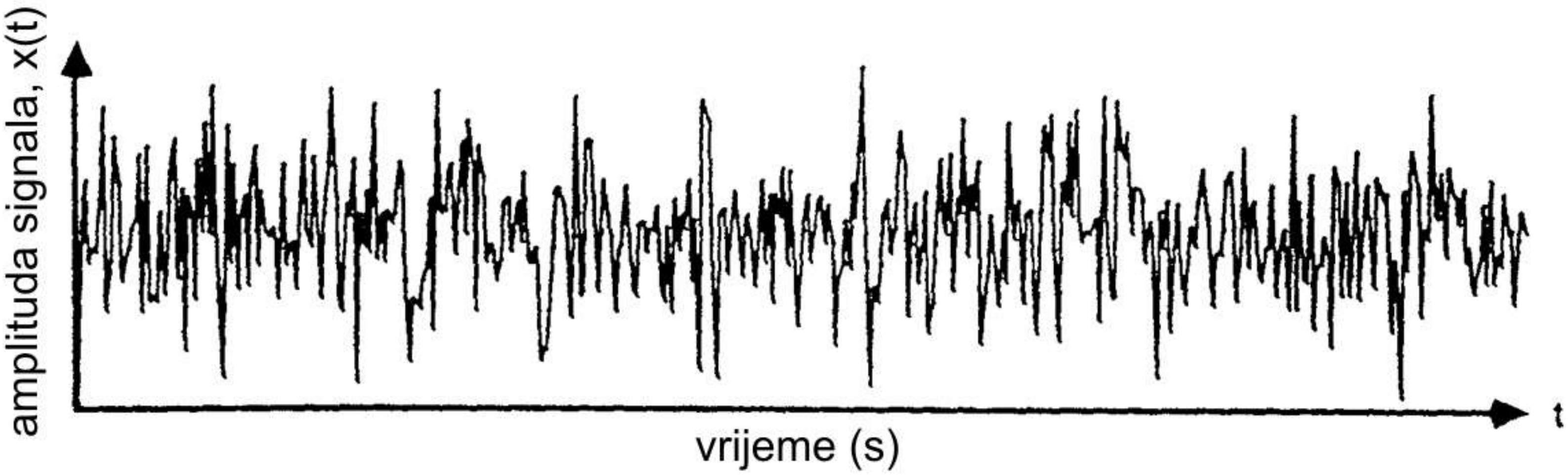
2.2.2 Tranzijentni signali

- npr. kontrolirani udari (primjerice probijanje zvučnog zida)
- srednja vrijednost signala i spektar se mijenjaju s vremenom



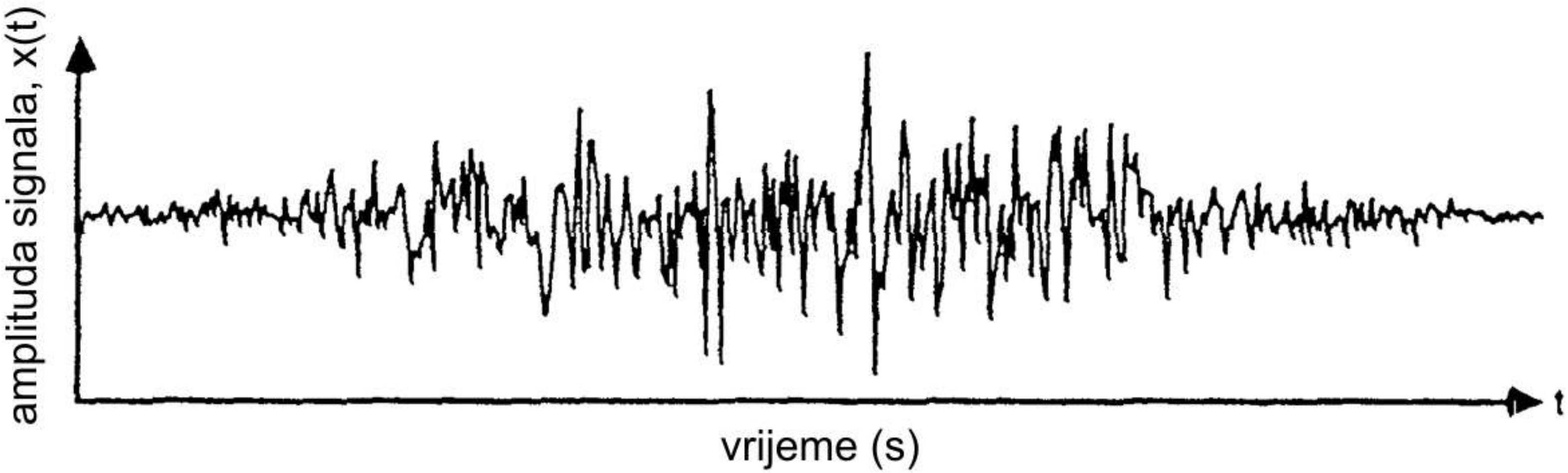
2.2.3 Stacionarni signali

- npr. buka iz ispuha, turbulencije kod strujanja zraka
- pokrivaju široko frekvencijsko područje, prosječne vrijednosti su vremenski invarijantne (nepromjenjive)



2.2.4 Nestacionarni signali

- npr. pirotehničke naprave (petarde)
- prosječne vrijednosti nisu vremenski invarijantne (nepromjenjive)



2.2.5 Srednja vrijednost signala

- to je osnovna mjera periodičkih ili stacionarnih signala – odgovara npr. prikazu na DC voltmetru
- kontinuirani signali:

$$m_x = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$$

- diskretni signali:

$$m_x = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n\Delta t)$$

2.2.6 Srednja kvadratna vrijednost signala

- dobiva se usrednjavanjem kvadrirane vrijednosti amplitude signala
- kontinuirani signali:

$$w_x = \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt$$

- diskretni signali:

$$w_x = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x^2(n\Delta t)$$

2.2.7 Efektivna (RMS) vrijednost signala

- odgovara prikazu na npr. RMS voltmetru (efekt. vrijednost)
- kontinuirani signali:

$$w_x^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$$

- diskretni signali:

$$w_x^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x^2(n\Delta t)}$$

- srednja, srednja kvadratna i efektivna vrijednost služe za usrednjavanje signala

2.3 Prijelaz vrijeme - frekvencija

- potrebna operacija: DFT (Discreate Frequency Transform)
  - danas se redovito upotrebljava FFT algoritam (Fast Fourier Transform)
- za kontinuirane signale vrijedi:

$$X(f,T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \qquad 0 \le t \le T$$

- za diskretne signale vrijedi:

$$X(k\Delta f, N) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) \exp(-j2\pi fn\Delta t)$$

2.3 Prijelaz vrijeme - frekvencija

- signal ima u frekvencijskoj domeni kompleksne vrijednosti: amplituda i faza signala
- osnovne značajke transformacije:
  - osnovna frekvencijska rezolucija (uz N broj uzoraka uzorkovanih svakih Δt, ukupno T seknudi)

$$\boxed{\Delta f = 1/T = 1/(N\Delta t)}$$

  - Nyquistova (max.) frekvencija signala

$$\boxed{f_N = 1/(2\Delta t) = f_{uzork}/2 \qquad f_{uzork} = 1/\Delta t}$$

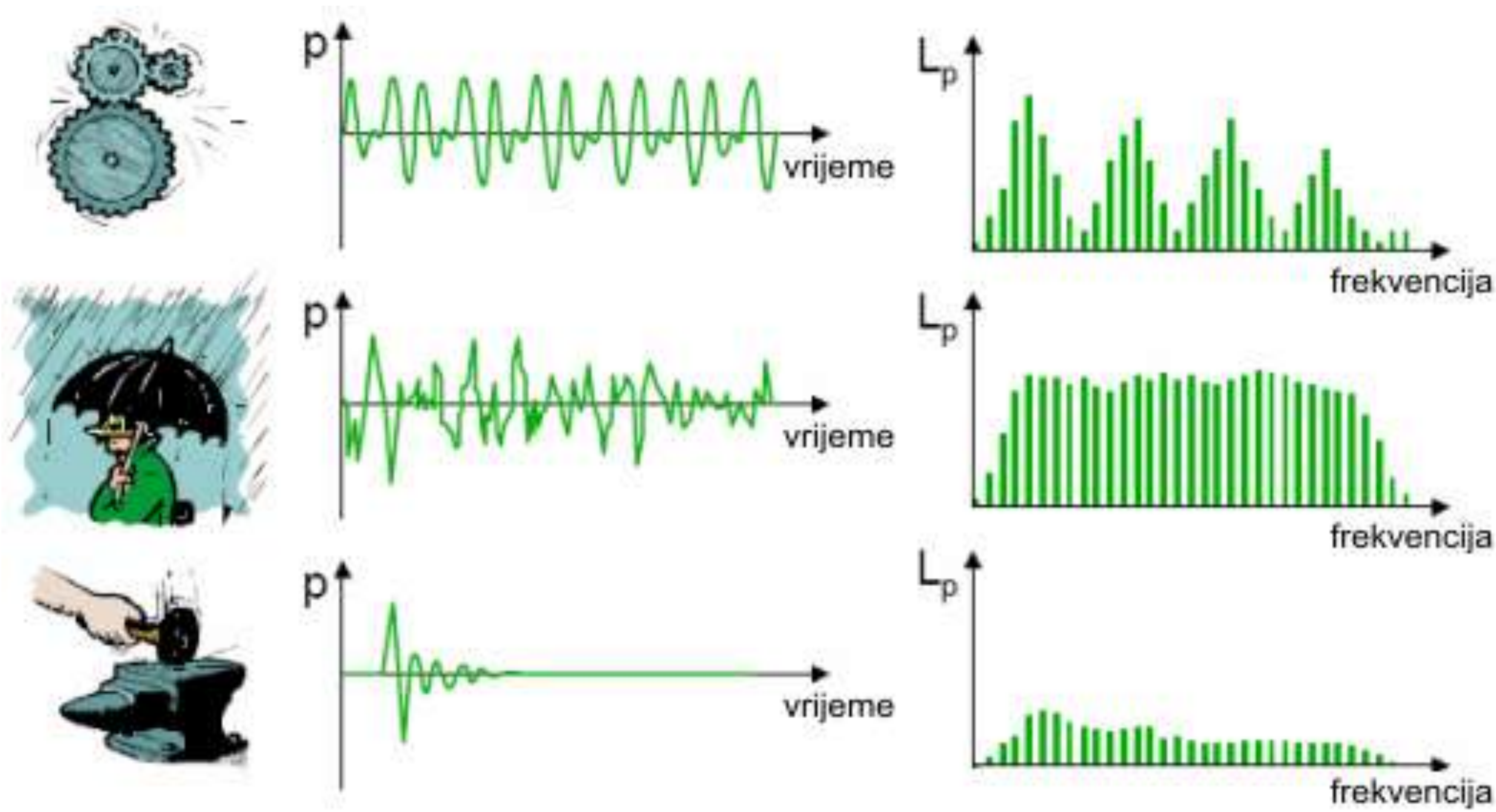
VREMENSKA DOMENA:
x(iΔt) – amplituda u vremenskom intervalu *Δt* (sekundi), *N* uzoraka podataka

→ **FFT** →

FREKVENCIJSKA DOMENA:
X(jΔf) – amplituda (kompleksna) u frekvencijskom intervalu *Δf* (), *Δf=1/(NΔt), N/2* važećih uzoraka

2.3 Prijelaz vrijeme - frekvencija

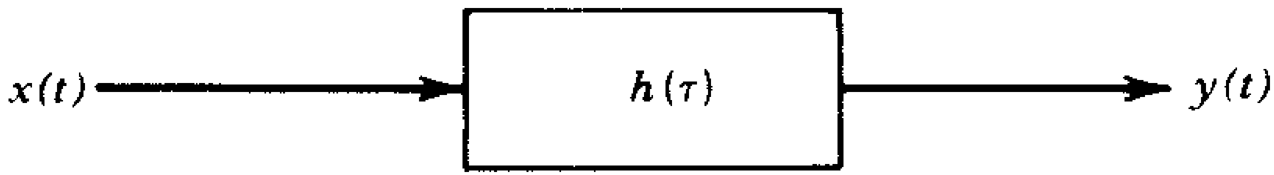
- vremenski i frekvencijski prikaz, proizvoljni signali
- primjer signala u vremenskoj i frekvencijskoj domeni:



2.4 Impulsni odziv sustava

- linearni sustav karakterizira njegov **impulsni odziv h(t)**, odnosno vremenski odziv sustava na (Diracov) impuls:

$$y(t) = h(t) \;\text{ uz }\; x(t) = \delta(t)$$



- općenito vrijedi:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \;\text{ uz }\; h(\tau) = 0 \;\text{ pri}\, \tau < 0$$

2.4 Impulsni odziv sustava

- impulsni odziv u frekvencijskoj domeni **H(f)**, tzv. **frekvencijski odziv:**

$$H(f) = \int_0^\infty h(\tau) e^{-j2\pi f t} d\tau = H_R(f) - jH_I(f)$$

$$|H(f)| = \left[H_R^2(f) + H_I^2(f) \right]^{1/2} \quad \phi(f) = \tan^{-1}\left[\frac{H_I(f)}{H_R(f)} \right]$$

  gdje su H_R i H_I realni i imaginarni dio kompleksnog impulsnog odziva u frekvencijskoj domeni

- primjeri impulsnih odziva

2.5 Filtriranje signala zvuka

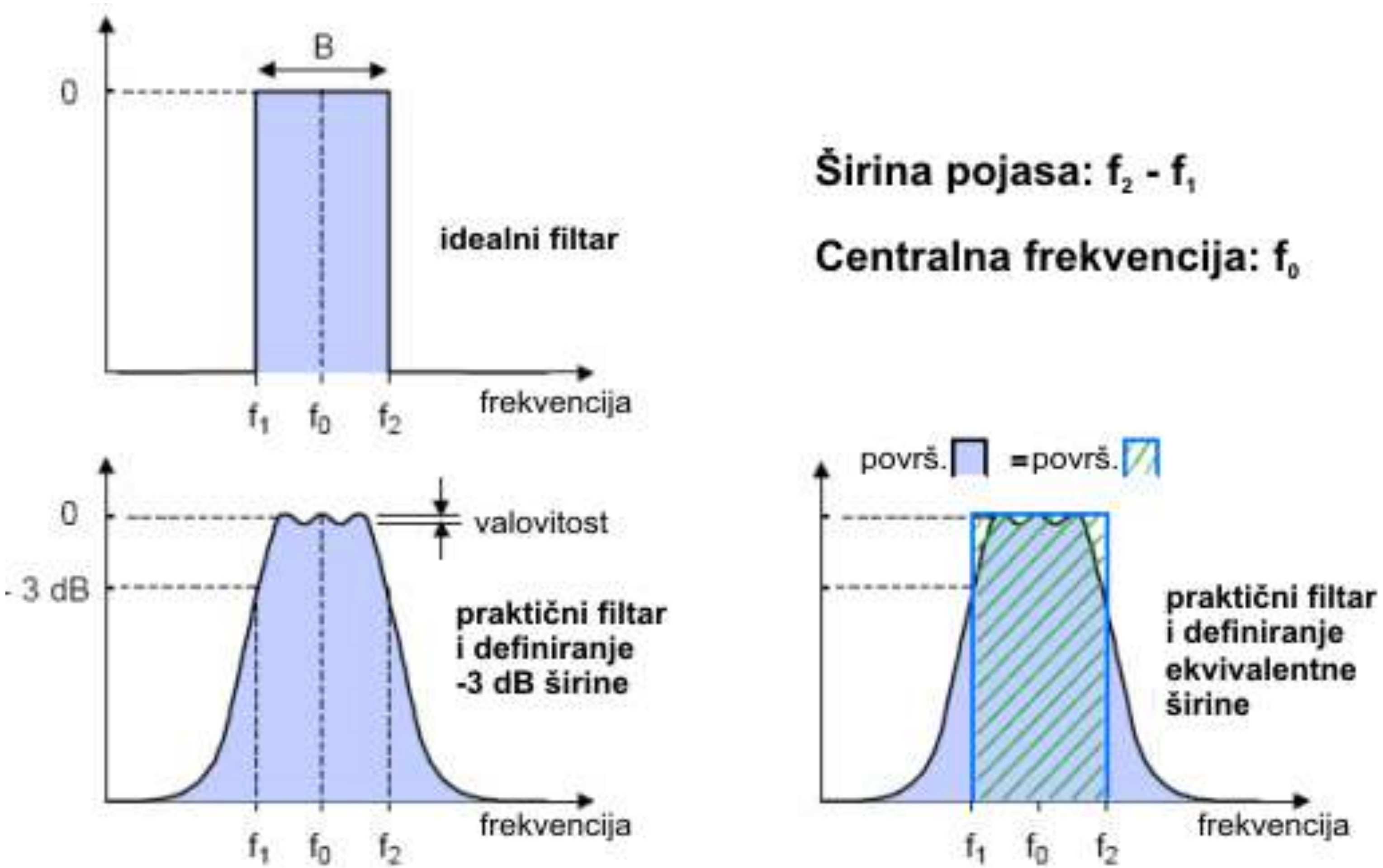
- signal filtriramo u frekvencijskoj domeni
- vrste filtara:
  - niski propust
  - pojasni propust
  - visoki propust
  - pojasna brana
- u analizi zvuka (zvukomjeri!) se redovito upotrebljavaju pojasni filtri, ali ponekad i niski propust (infrazvučna mjerenja) i visoki propust (ultrazvučna mjerenja)

2.5 Filtriranje signala zvuka

- značajke filtra:
  - centralna frekvencija f_0
  - širina filtra (pojasa) f_2-f_1 (kod realnog filtra, f_1 i f_2 se određuju iz -3 dB točaka = 0,707 maksimalne amplitude frekvencijskog odziva!)
  - valovitost u prenesenom području (u dB)
  - potiskivanje zapornog područja (u dB)

2.5 Filtriranje signala zvuka

- značajke filtra:

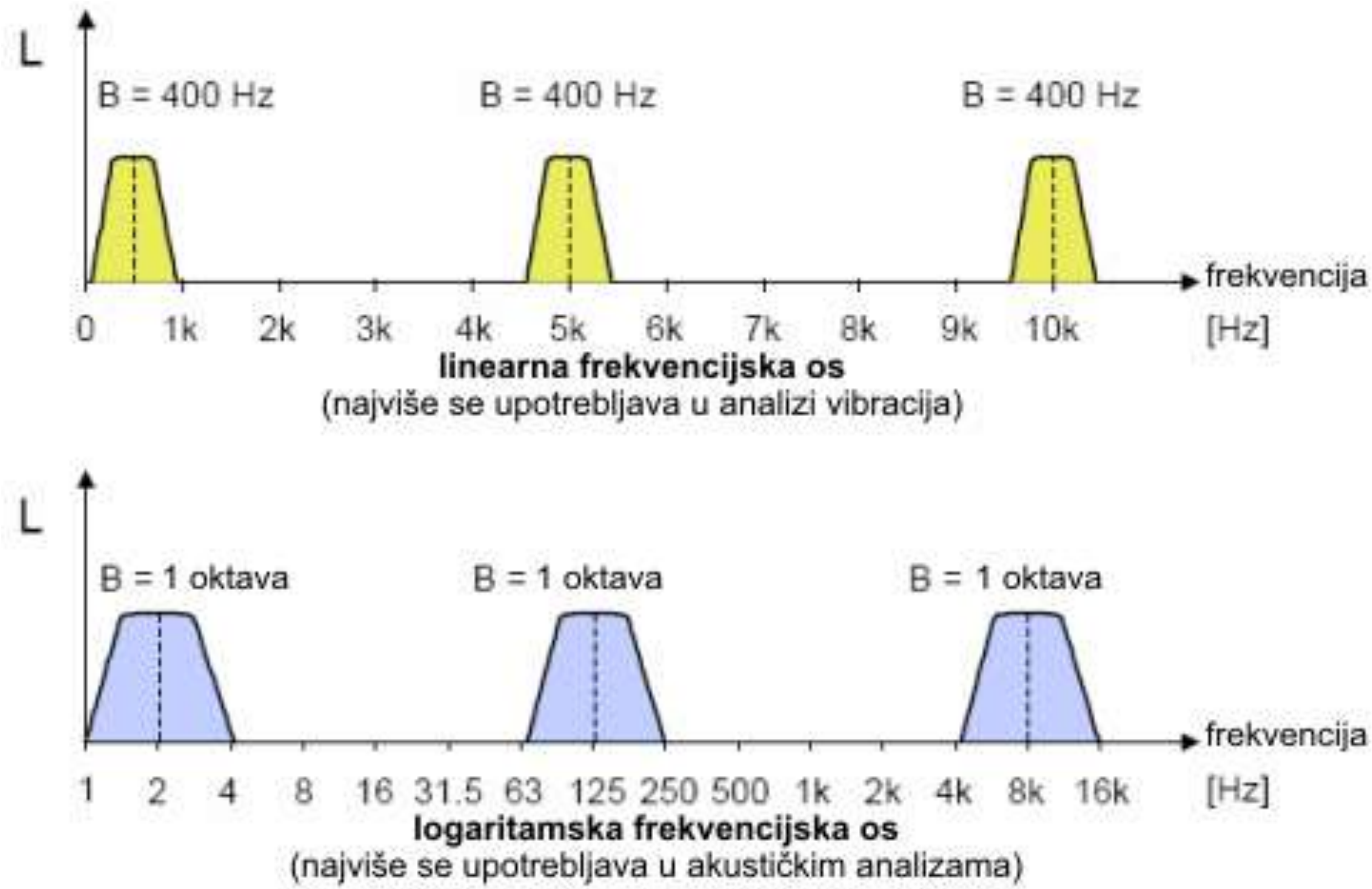


2.5.1 Pojasni filtri

- podjela s obzirom na širinu pojasa:
  - filtri s konstantnom širinom pojasa
  - filtri s konstantnom postotnom širinom pojasa
- praktični načini prikaza frekvencijske osi:
  - linearni prikaz – jednaka udaljenost frekvencija
  - logaritamski prikaz – jednaka udaljenost promjene frekvencija

2.5.1 Pojasni filtri

- gore: s konst. šir. pojasa, dolje: s konst. promjenom šir. pojasa



2.5.1 Pojasni filtri

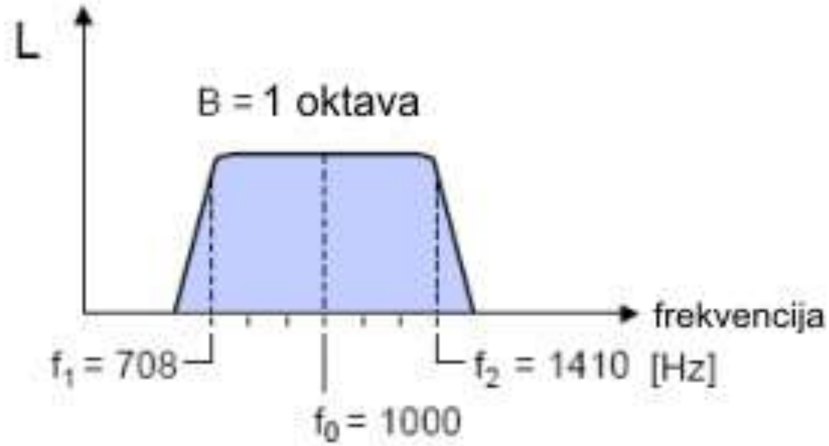
- granice pojasnih filtara

$$\boxed{\begin{aligned} f_d &= 2^{-(1/2n)}\, f_c \\ f_g &= 2^{(1/2n)}\, f_c \\ f_{c_{i+1}} &= 2^{1/n}\, f_{c_i} \end{aligned}}$$

f_c = centralna frekvencija filtra
f_d = donja granična frekvencija
f_g = gornja granična frekvencija
n = dio oktave, n = 1,2,3,...

2.5.2 Oktavni i tercni filtri

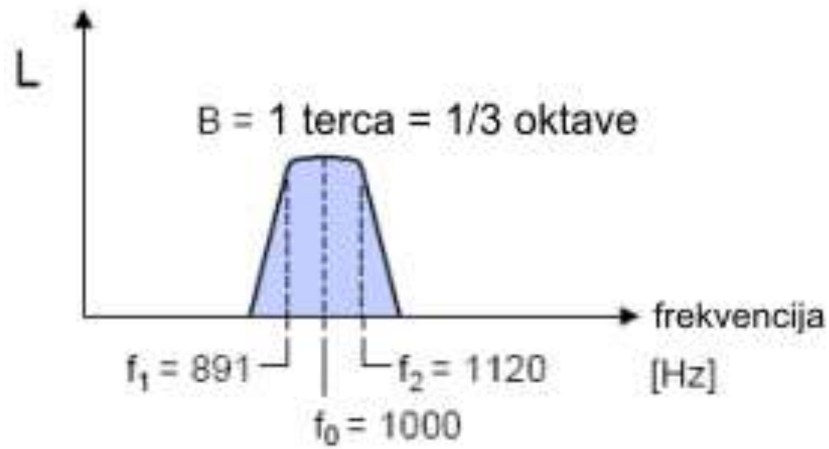
- najčešće korišteni filtri u analizi zvuka



1 oktava

$$f_2 = 2 \times f_1$$

$$B = 0.7 \times f_0 \approx 70\%$$



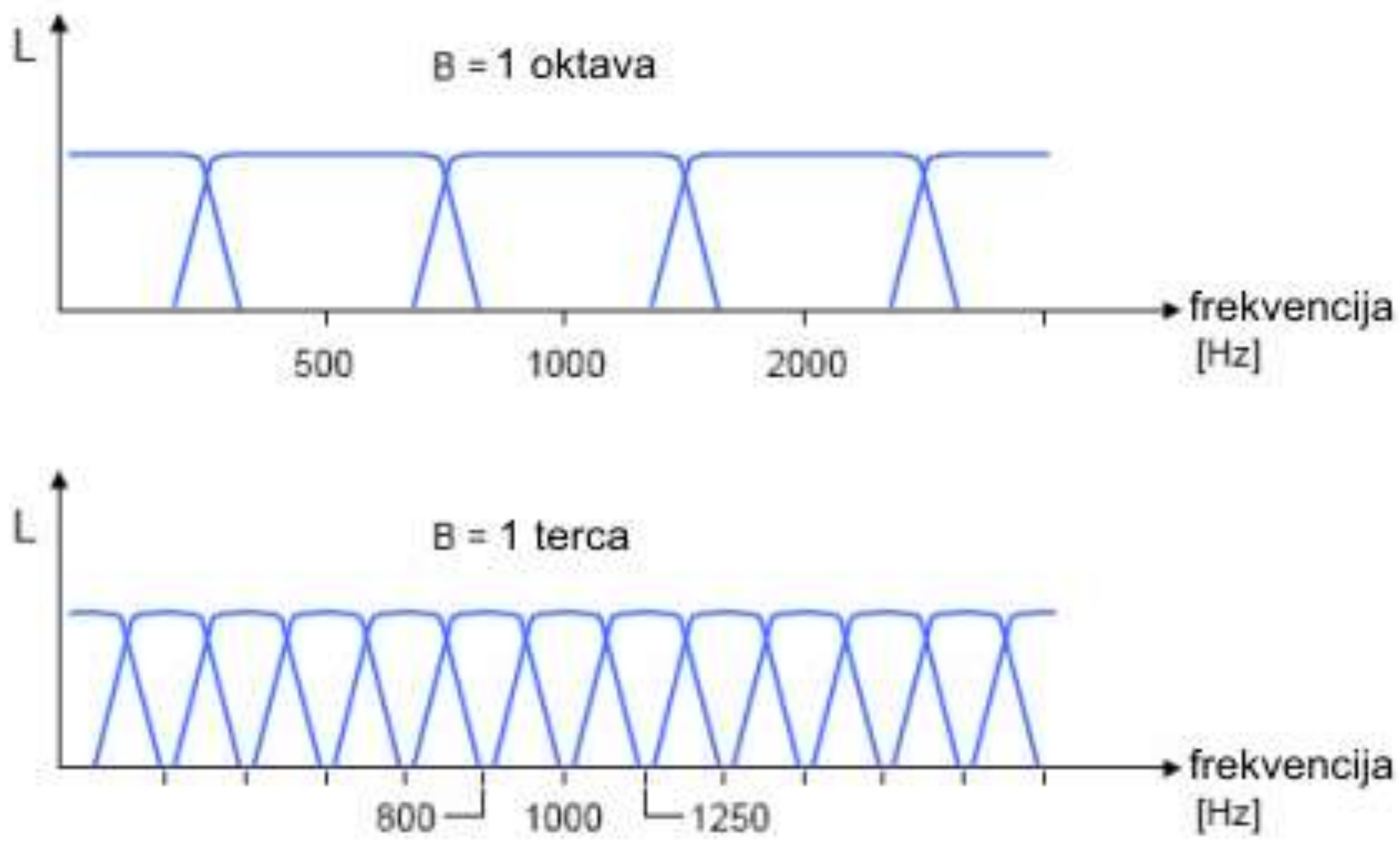
1 terca

$$f_2 = \sqrt[3]{2} \times f_1 = 1.25 \times f_1$$

$$B = 0.23 \times f_0 \approx 23\%$$

2.5.2 Oktavni i tercni filtri

- tercni filtri su 3 puta uži od oktavnih na logaritamskoj skali

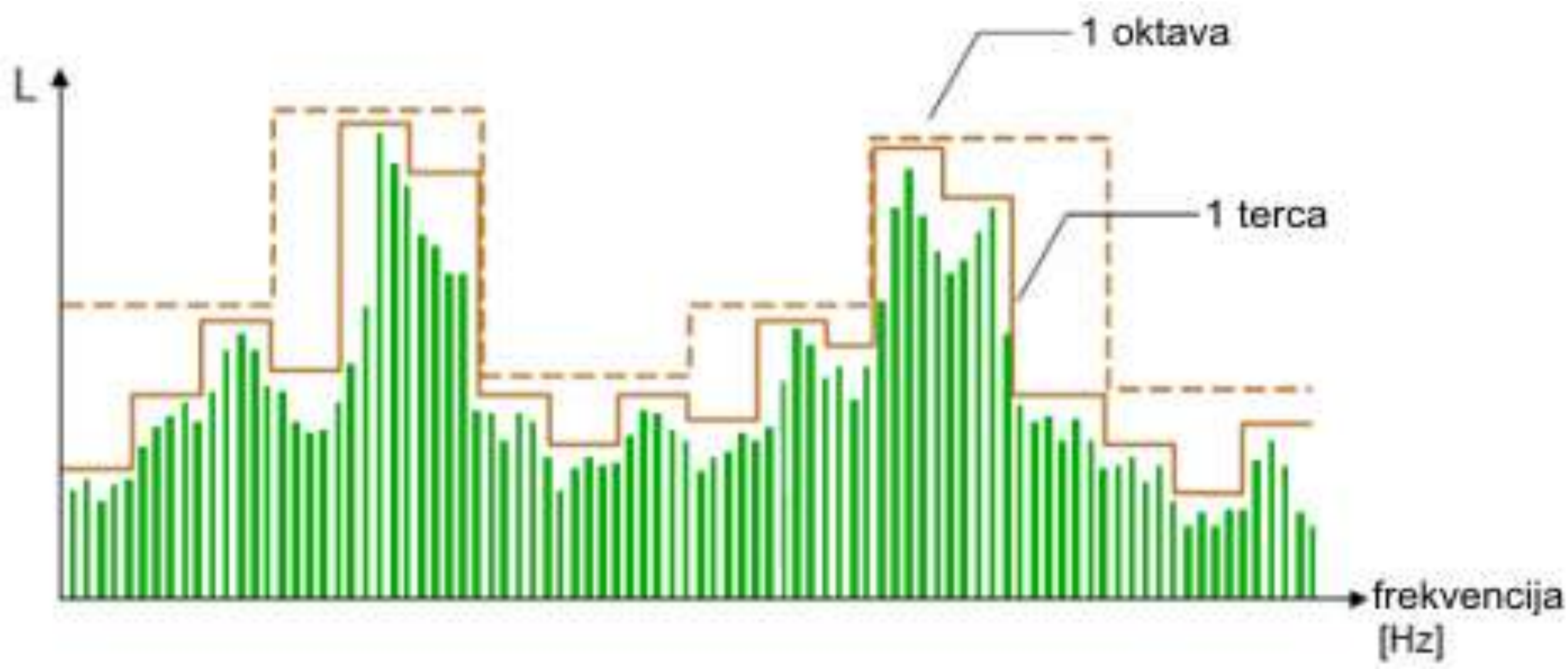


2.5.2 Oktavni i tercni filtri

Centralne frekvencije oktavnih frek. pojaseva (Hz)	Centralne frekvencije tercnih frek. pojaseva (Hz)		
16	12.5	16	20
31,5	25	31,5	40
63	50	63	80
125	100	125	160
250	200	250	315
500	400	500	630
1000	800	1000	1250
2000	1600	2000	2500
4000	3150	4000	5000
8000	6300	8000	10000
16000	12500	16000	20000

2.5.2 Oktavni i tercni filtri

- ovisnost detaljnosti prikaza frekvencijske analize zvučnog signala o odabranom filtru:



2.6 Zbrajanje dva zvučna signala

- primjer za srednju kvadratnu vrijednost zbroja 2 sinusna signala različitih frekvencija:

$$\overline{(A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t)}^2 =$$

$$A^2\overline{\sin^2\omega_1 t} + B^2\overline{\sin^2\omega_2 t} + 2AB\overline{\sin\omega_1 t\sin\omega_2 t} =$$

$$(A^2 + B^2)/2$$

  - prosječna vrijednost svih međuprodukta (umnožaka sinusa različitih frekvencija) je nula!!
  - ovo ne vrijedi ako zbrajamo dva signala iste frekvencije

2.6 Zbrajanje dva zvučna signala

- razmatranje na prethodnom slajdu vrijedi i za signale koji nisu sinusni;
- srednja kvadratna vrijednost bilo kojeg stacionarnog signala jednaka je zbroju srednjih kvadratnih vrijednosti njegovih frekvencijskih komponenti (ili frekvencijskih pojaseva npr. mjereno s filtarskim nizom)
- **Parservalova jednadžba:**

$$\boxed{p_{rms}^2 = \sum_i p_{rms,i}^2}$$

  - gdje je $p_{rms,i}$ srednja kvadratna vrijednost tlaka nakon filtriranja i-tim filtrom iz filtarskog niza

2.6 Zbrajanje dva zvučna signala

- konačno, ovo pravilo vrijedi i za zbroj bilo koja dva neovisna (nekoherentna) izvora buke, jer:

$$\overline{\left(p_1(t)+p_2(t)\right)}^2=\overline{p_1^2(t)}+\overline{p_2^2(t)}+2\overline{p_1(t)\,p_2(t)}=$$

$$\overline{p_1^2(t)}+\overline{p_2^2(t)}$$

- pa slijedi

$$p_{rms,ukupno}^2=\sum_i p_{rms,i}^2$$

  - gdje je $p_{rms,i}$ zvučni tlak i-tog izvora buke

2.6.1 Ukupna energija u pojasu

- svaka FFT točka predstavlja filtar širine Δf
- ukupna energija u nekom pojasu proporcionalna je površini ispod krivulje p_{rms}^2

$$p_{pojas}^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i^2$$

p_i^2 = srednja kvad. vrijednost tlaka i-te FFT točke

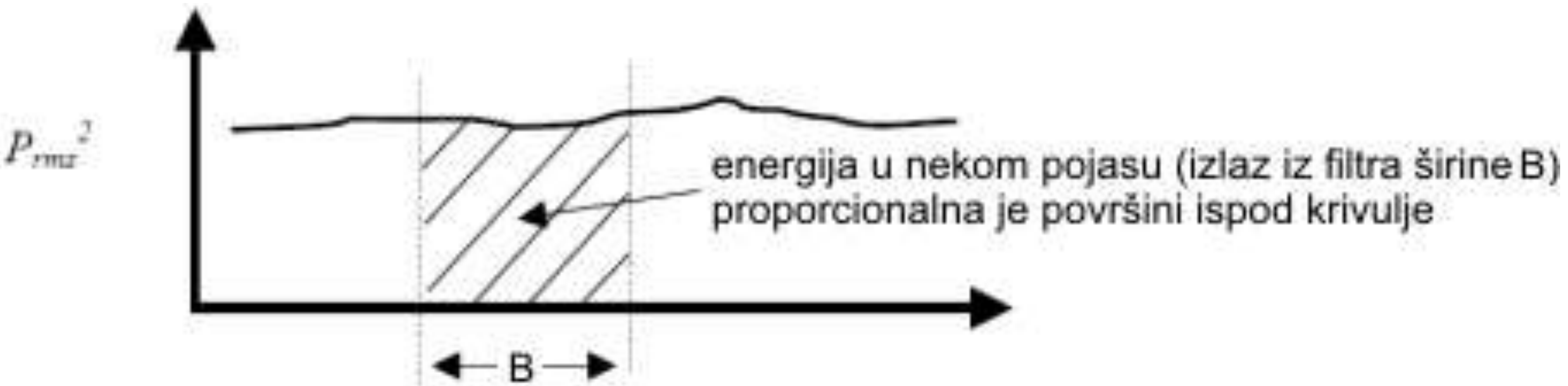
n = broj FFT točaka koje upadaju u pojas filtra

Δf = FFT korak porasta frekvencije

$$L_{p_{pojas}} = 10 \log \sum_{i=1}^{n} p_i^2 = 20 \log \sum_{i=1}^{n} 10^{L_{pi}/20}$$

2.6.1 Ukupna energija u pojasu

- krivulja $p_{rms}^2(f)$ se naziva i **spektralna gustoća**



$$p_{rms}^2 = p_{1Hz}^2 B$$

gdje je p_{rms} efekt. vrijednost izlaza iz filtra širine B, a p_{1Hz} efekt. vrijednost tlaka u pojasu 1 Hz

2.6.1 Ukupna energija u pojasu

- vrijedi

$$p_2^2 = p_1^2 \frac{B_2}{B_1}$$

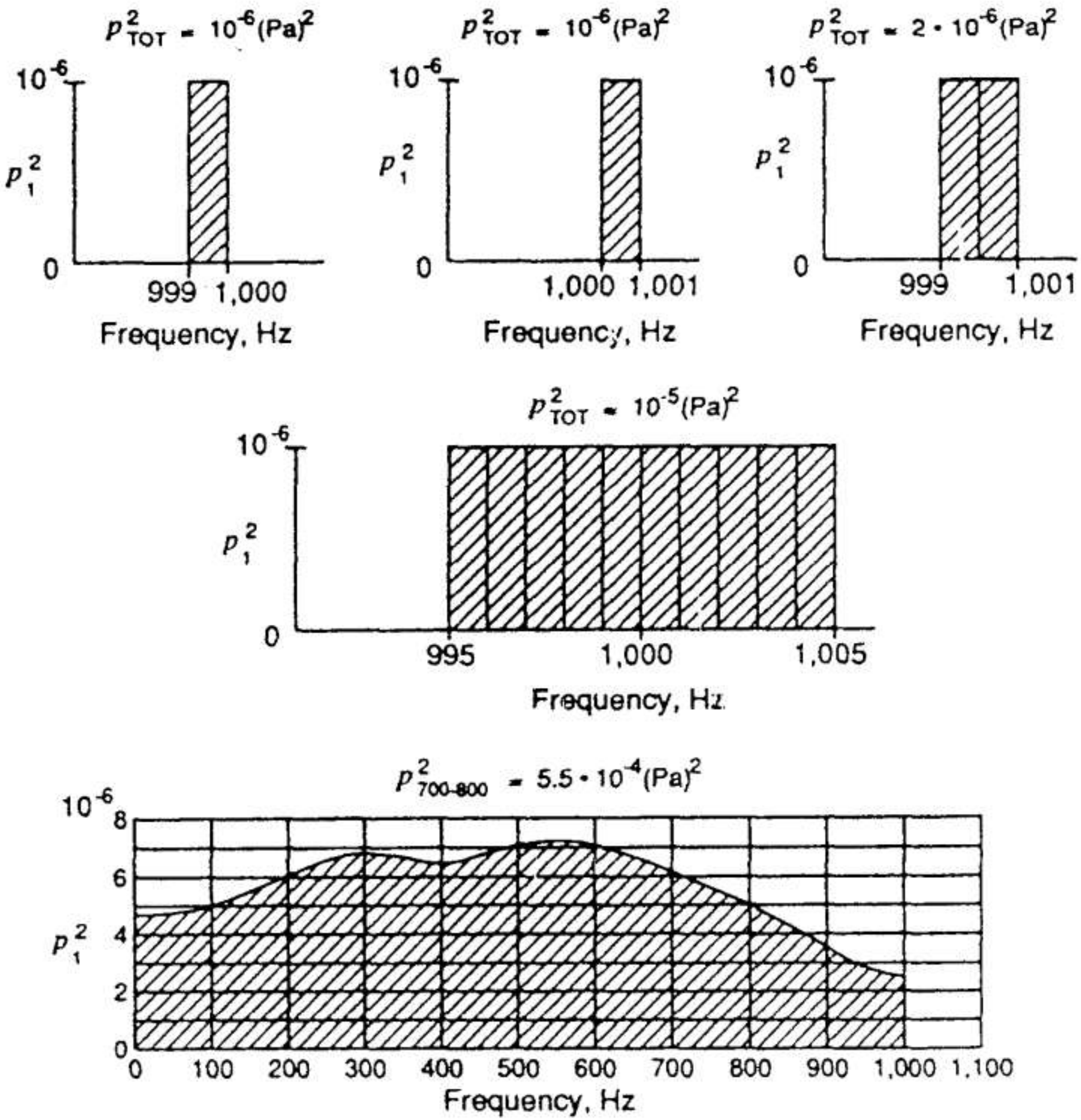
$$B = f_{\text{gornja}} - f_{\text{donja}}$$

p_1 je efektivna vrijednost tlaka u pojasu širine B_1, a

p_2 je efektivna vrijednost tlaka u pojasu širine B_2

- u razinama (dB):

$$L_{p_2} = L_{p_1} + 10 \log \frac{B_2}{B_1}$$

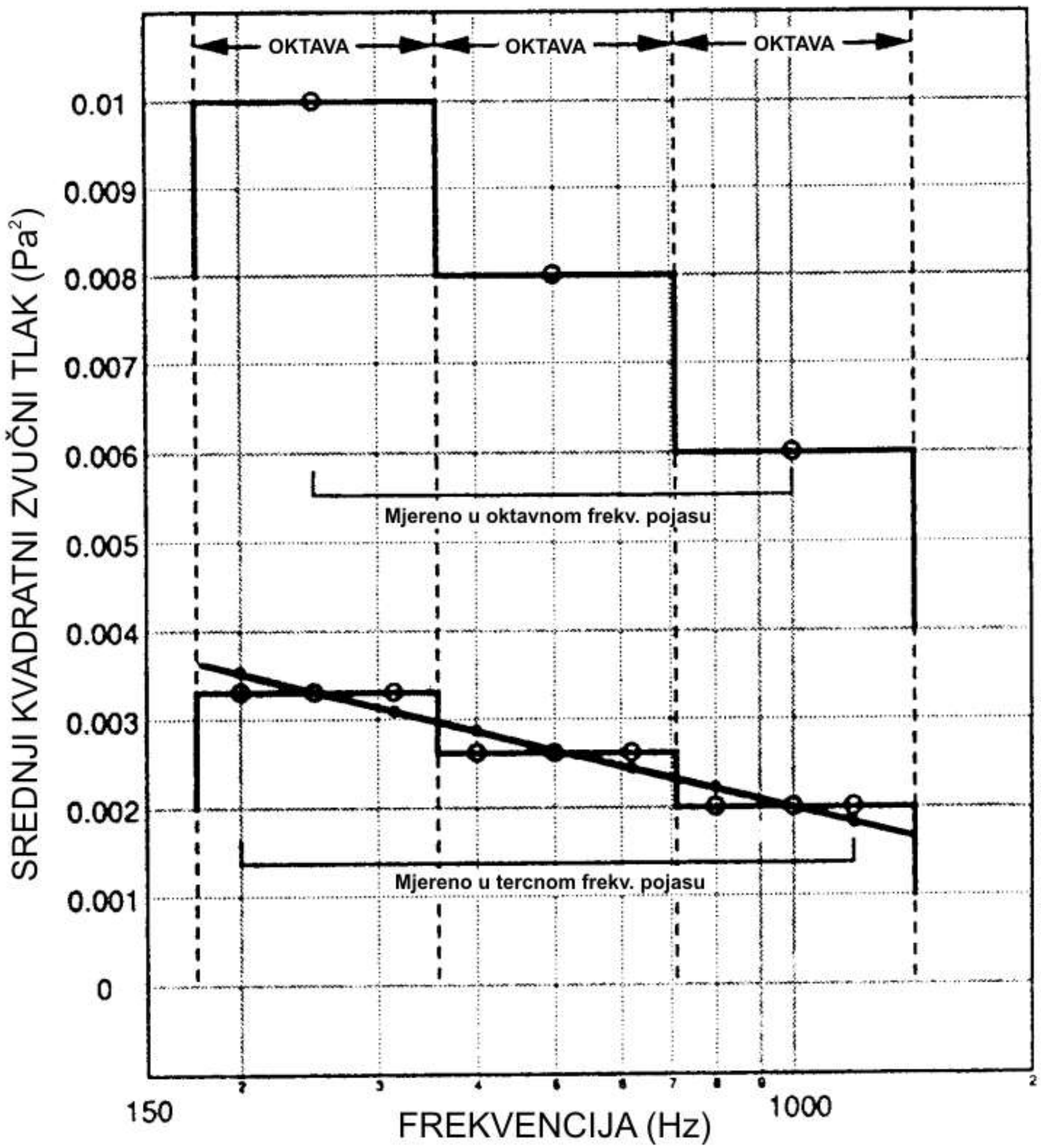


Primjer 1:

Proračun kvadrata ukupnog zvučnog tlaka (p_{TOT}) za frekvencijski pojas:

- 999 – 1001 Hz (gore)
- 995 – 1005 Hz (sredina)
- 700 – 800 Hz (dolje)

iz prikazane funkcije spektralne gustoće



Primjer 2:

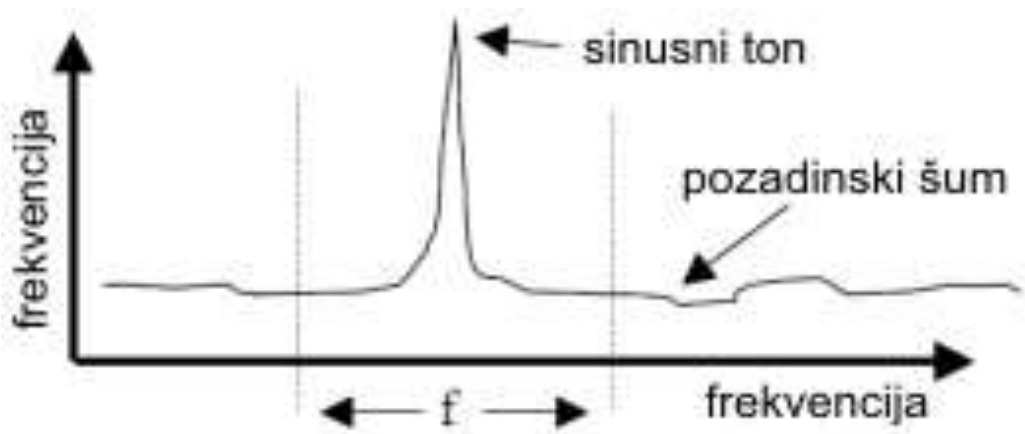
Izračun ukupnog zvučnog tlaka u oktavi iz izmjerenih vrijednosti tlaka u tercnim frekvencijskim pojasevima:

$$L_{p_{ukupno}} = 10\log\frac{p^2_{oktava}}{p^2_{ref}} = 10\log(10^{L_{p1}/10} + 10^{L_{p2}/10} + 10^{L_{p3}/10})$$

2.6.2 Sinusni ton u šumu

- određivanje ukupne snage pojasa u kojemu se nalazi sinusni ton i šum

$$p_{pojas}^2 = \sum p^2 \;\; \mathrm{po\,pojasu} = p_{\mathrm{sinusniton}}^2 + šum(\sum \mathrm{p}^2)$$

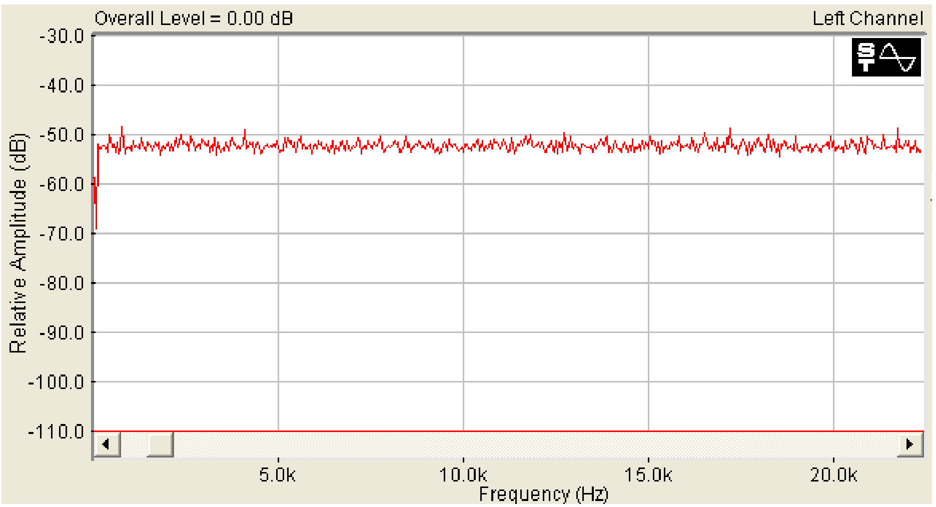


- posljedica: ako dovoljno smanjujemo širinu filtra kod analize ovakvog signala pomoću FFT analizatora, uvijek će se moći detektirati sinusni ton u šumu

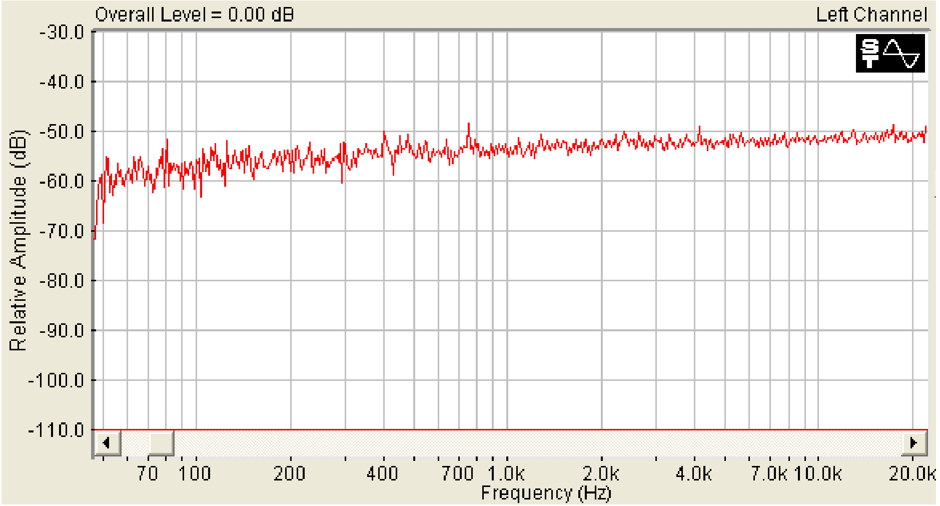
2.7 Bijeli i ružičasti šum

- iako je šum po definiciji slučajni signal, karakterizira ga njegova spektralna gustoća
- u akustici se najviše upotrebljava:
  - **bijeli šum** - signal konstantne spektralne gustoće, odnosno ravnog frekvencijskog spektra u linearnom prikazu; ima jednaku snagu u istom frekvencijskom pojasu (npr. snaga od 40 do 60 Hz je jednaka onoj od 4000 do 4020 Hz)
  - **ružičasti šum** – signal ravnog frekvencijskog spektra u logaritamskom prikazu; ima jednaku snagu u pojasu istog omjera frekvencija (npr. od 40 do 60 Hz kao i od 4000 do 6000 Hz); spektralna gustoća u usporedbi s bijelim šumom pada 3 dB po oktavi

2.7.1 Bijeli šum

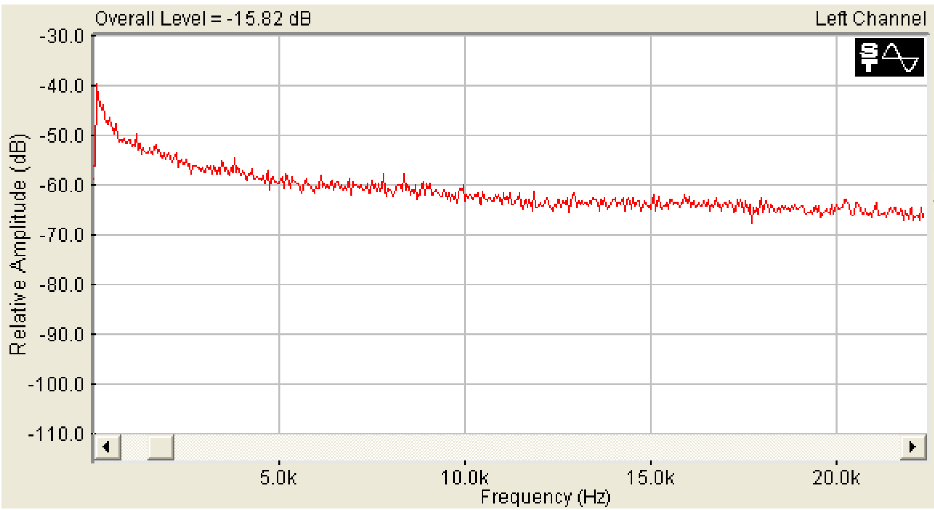


spektar s linearnim prikazom frekvencija

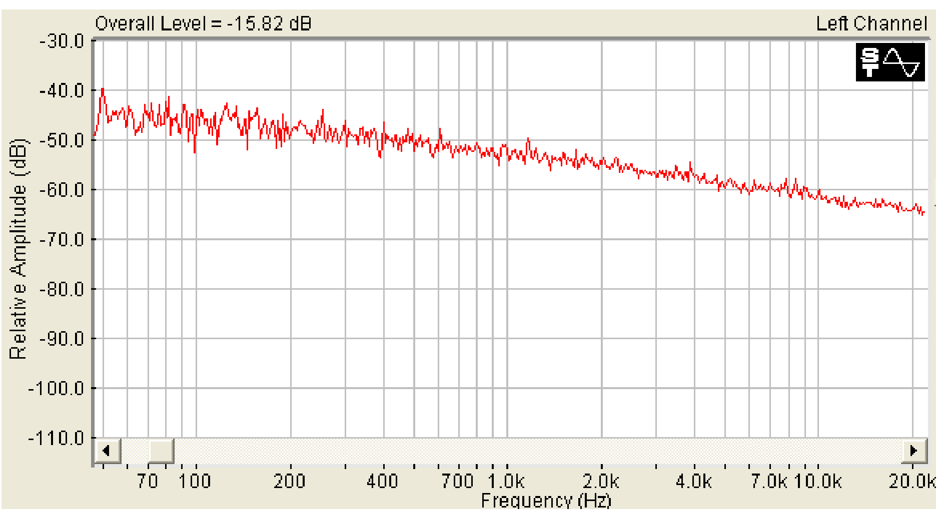


spektar s logaritamskim prikazom frekvencija

2.7.2 Ružičasti šum



spektar s linearnim prikazom frekvencija



spektar s logaritamskim prikazom frekvencija